

# PROGETTAZIONE OTTICA DI COATING SU VETRO

Francesco Lorenzi, Maggio 2020

## Sommario

*In questa relazione mi propongo di progettare due coppie di coatings ottici antiriflesso, la prima sarà costruita adattando un modello a singolo strato, mentre la seconda sarà a doppio strato. Ogni coppia conterrà la variante a banda stretta ( $\lambda = 600\text{nm}$ ), e quella a banda larga ( $\lambda = 550 \div 650\text{nm}$ ). Le prestazioni dei due progetti verranno confrontate ed infine verrà fatto un breve commento teorico sull'approccio al problema, che disegna un interessante parallelo con la teoria delle linee di trasmissione.*

## 1 Introduzione e teoria

La teoria dei coating ottici affonda le sue radici sulle equazioni che regolano il comportamento delle onde elettromagnetiche alle interfacce che separano due mezzi. Considerando un'interfaccia piana è possibile individuare diversi tipi di incidenza dell'onda, dipendenti dall'angolo del vettore della costante di fase con la normale della superficie e dallo stato di polarizzazione del fascio. Nel nostro caso concentreremo l'attenzione sull'incidenza normale, ovvero, in termini di campi, sul caso in cui i fronti d'onda (piani) siano paralleli alla superficie di interfaccia. In questa condizione, per ragioni di simmetria, la polarizzazione del campo incidente non ha alcun effetto sulla riflessione e trasmissione dell'onda.

L'utilizzo dei coating permette di regolare la risposta alle diverse lunghezze d'onda della riflettanza (definita come  $R = (E_r/E_i)^2$  rapporto tra intensità incidente e riflessa). Questa possibilità abilita la co-

struzione di dispositivi molto utili, che integrano il comportamento di un filtro, ovvero offrono dei parametri variabili alle diverse lunghezze d'onda. In una prospettiva di sistema, questi dispositivi permettono un controllo molto mirato sul percorso del fascio e sul suo contenuto in frequenza. Un esempio è rappresentato dall'ottica di un lettore CD, confrontata con quella di un lettore DVD per esempio, o Blue-Ray. Lavorano tutte a frequenze diverse, e i rivestimenti delle componenti ottiche sono realizzati ottimizzando per queste determinate frequenze.



**Figura 1:** Vetro con rivestimento, usato come specchio in un lettore CD, investito da luce bianca (la sua frequenza operativa è nell'infrarosso, ma si vedono delle ripercussioni nel visibile)

### 1.1 Coefficienti di Fresnel

Nel caso di una singola interfaccia il comportamento in riflessione e trasmissione è completamente determinato dalle equazioni di Fresnel: semplificando le equazioni per incidenza arbitraria nel caso in cui l'angolo di incidenza sia nullo, avendo  $r_s = r_p = r$  coefficiente di riflessione e  $t_s = t_p = t$  coefficiente di trasmissione (rapporti tra le ampiezze dei campi) si

ottiene questa espressione per i coefficienti

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (1)$$

$$t = \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2} \quad (2)$$

Dove  $n_1$  è l'indice di rifrazione del materiale di incidenza e  $n_2$  quello del materiale di trasmissione. In entrambi i materiali trascureremo gli effetti della conduttività, quindi entrambi gli indici di rifrazione saranno reali. il parametro di nostro interesse è l'intensità del fascio riflesso, detta riflettanza, che, dato che la dimensione trasversale del fascio è invariata, si può esprimere come

$$R = r^2$$

Si noti che lo stesso non vale per la trasmittanza, dato che la dimensione trasversale del fascio cambia nella trasmissione per la legge di Snell.

## 1.2 Il principio di funzionamento dei rivestimenti antiriflesso

Un rivestimento antiriflesso ha come obiettivo l'abbassamento della riflettanza in una determinata banda di interesse. Questo risultato si ottiene tramite interferenza: creando ad-hoc *due o più* superfici di interfaccia è possibile avere due fronti d'onda riflessi verso la regione di incidenza: regolando il loro sfasamento si può arrivare a farli interferire distruttivamente. In questo modo non si ha intensità luminosa riflessa ma solo trasmessa. È chiaro che la differenza di fase causata dai diversi cammini ottici è fortemente dipendente dalla lunghezza d'onda, strutture composite di strati, come vedremo in seguito, sono in grado di modificare questa dipendenza dalla frequenza, permettendo di realizzare coatings antiriflesso a banda larga o a banda stretta.

## 2 Progettazione ottica

I coating richiesti sono tutti degli antiriflesso,

### 1. Singolo layer

1a)  $\lambda = 600nm$

1b)  $\lambda = 550 \rightarrow 650nm$

### 2. Bi-layer

2a)  $\lambda = 600nm$

2b)  $\lambda = 550 \rightarrow 650nm$

### 2.1 Analisi dei gradi di libertà

Lavorare con un determinato set di materiali pone ovviamente un vincolo sull'insieme degli indici di rifrazione che è possibile usare. Questa è un'importante limitazione da considerare nel trovare il metodo migliore per progettare questi dispositivi. In entrambi i casi fisseremo un substrato in BK7, che alla lunghezza d'onda di interesse  $\lambda = 600nm$ , ha un indice di rifrazione  $n = 1.5159$ .

#### 2.1.1 Single-layer

In questo caso cerchiamo uno strato con spessore ottico  $\lambda/4$  (Quarter Wave Optical Thickness): questa è l'unica maniera per fare in modo che ci possa essere sfasamento di  $\pi$ , condizione necessaria per avere interferenza distruttiva. Ma questo non basta, è inoltre importante che le ampiezze siano uguali per avere una cancellazione totale. Quest'ultima condizione si traduce nel requisito

$$n_1 = \sqrt{n_E n_S} \quad (3)$$

che, dato che nel nostro caso  $n_E = 1$ , può essere soddisfatto solo per  $n_1 < n_S$ . In linea di principio per una data scelta di vetro, si può costruire un antiriflesso ad uno strato per ogni materiale che abbia un indice di rifrazione più piccolo rispetto a quello del substrato. Quanto più l'indice di rifrazione scelto si avvicina a quello indicato, tanto più la riflettanza sarà bassa

alla lunghezza d'onda considerata. Possiamo stimare in anticipo riflettanza di una configurazione con un materiale di indice  $n'$  grazie alla formula  $R \approx \epsilon^2$  dove  $\epsilon = \frac{n' - n_1}{n_1} = \frac{n' - \sqrt{n_S n_E}}{\sqrt{n_S n_E}}$ .

Idealmente avremmo bisogno di un materiale con  $n_1 = \sqrt{n_S} = 1.2312$ . Tra i materiali che abbiamo a disposizione però ce ne sono solamente due che soddisfano a  $n_1 < n_S = 1.5159$ :  $MgF_2$  e  $SiO_2$ .

Li confronteremo in seguito, in fase di simulazione: le misure degli strati saranno quelle indicate nella terza colonna:

Materiale	$n_1$	$d = \lambda_1/4$	$R @ 600nm$
$MgF_2$	1.3775	108.9nm	1.4%
$SiO_2$	1.4580	102.9nm	3.4%

**Figura 2:** Alternative da simulare per single-layer

Per allargare la banda utile in cui la riflettanza è ribassata si può porre tra coating esterno e substrato uno strato di spessore  $\lambda/2$  (Half Width Optical Thickness), caratterizzato da un alto indice di rifrazione. In questo caso sceglieremo  $TiO_2$  ( $n = 2.3510$ ), con uno spessore di 127.6nm.

#### 2.1.2 Bi-layer

Scegliamo di costruire due layer QWOT: per poter avere riflettanza nulla alla lunghezza d'onda di interesse è sufficiente scegliere i due materiali in modo da soddisfare quest'altra condizione

$$n_2 = n_1 \sqrt{\frac{n_S}{n_E}}$$

notiamo che una coppia di materiali per cui  $n_2$  si avvicina molto al valore cercato sono i seguenti

Materiale	$n$	$d$
$Al_2O_3$	1.6975	88.4nm
$HfO_2$	1.993	75.3nm

**Figura 3:** Materiali per bi-layer

Anche in questo caso, per rendere il progetto a ampia banda, aggiungiamo un layer a  $\lambda/2$ , per cui scegliamo un materiale ad alto indice di rifrazione, seguendo il discorso del single-layer. Abbiamo diverse scelte possibili di materiali per creare il layer spianatore a  $\lambda/2$ : scegliamone 3 con indici di rifrazione particolarmente alti:  $TiO_2$ ,  $CeO_2$  e  $ZrO_2$  di indici di rifrazione rispettivamente 2.3510, 2.1600, 2.0967.

Confrontando le prestazioni di ognuno di questi materiali possiamo capire la variabilità dell'efficacia dell'appiattimento in base all'indice di rifrazione. Passiamo subito alla simulazione per valutare le nostre assunzioni.

### 3 Simulazione con IMD

Il software usato per la simulazione permette molto semplicemente di simulare strati sovrapposti costruiti con materiali presi da un database che ne descrive l'indice di rifrazione alle diverse frequenze.

#### 3.1 Single-layer

Procediamo con il valutare le due ipotesi realizzative: la simulazione fornisce questi due risultati al variare della lunghezza d'onda

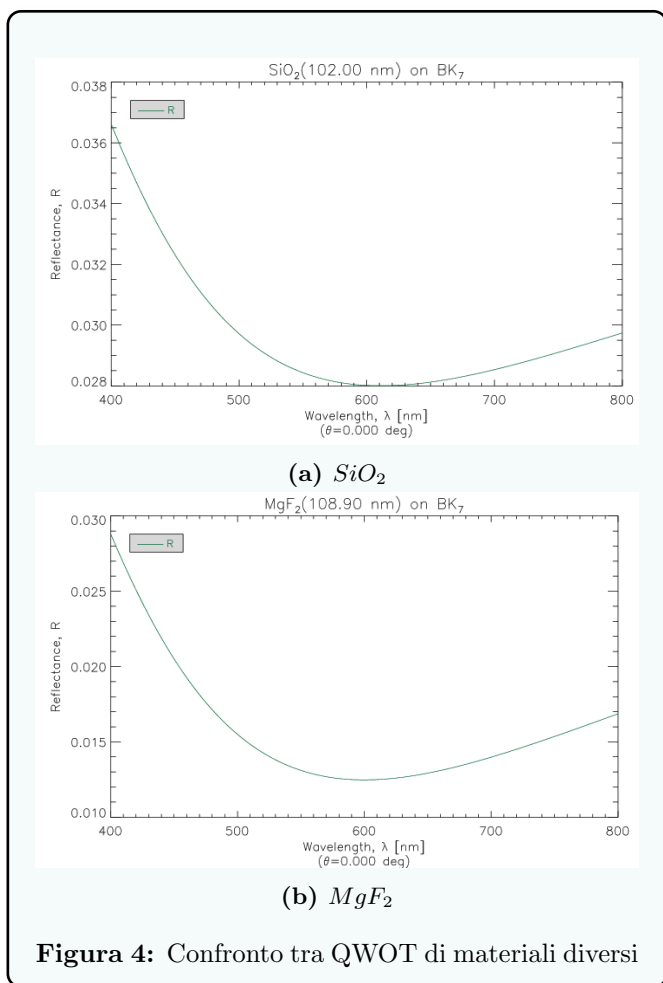


Figura 4: Confronto tra QWOT di materiali diversi

Come era facile aspettarsi, il fluoruro di magnesio ha una riflettanza minore alla lunghezza d'onda scelta.

A questo punto la scelta del primo strato per la configurazione piatta nell'intervallo  $550 \rightarrow 650nm$  ricade su  $MgF_2$ . Simulando l'inserimento dello strato di  $TiO_2$  effettivamente otteniamo un appiattimento nella regione di interesse. Il ripple simulato nella banda scelta risulta essere di 0.017

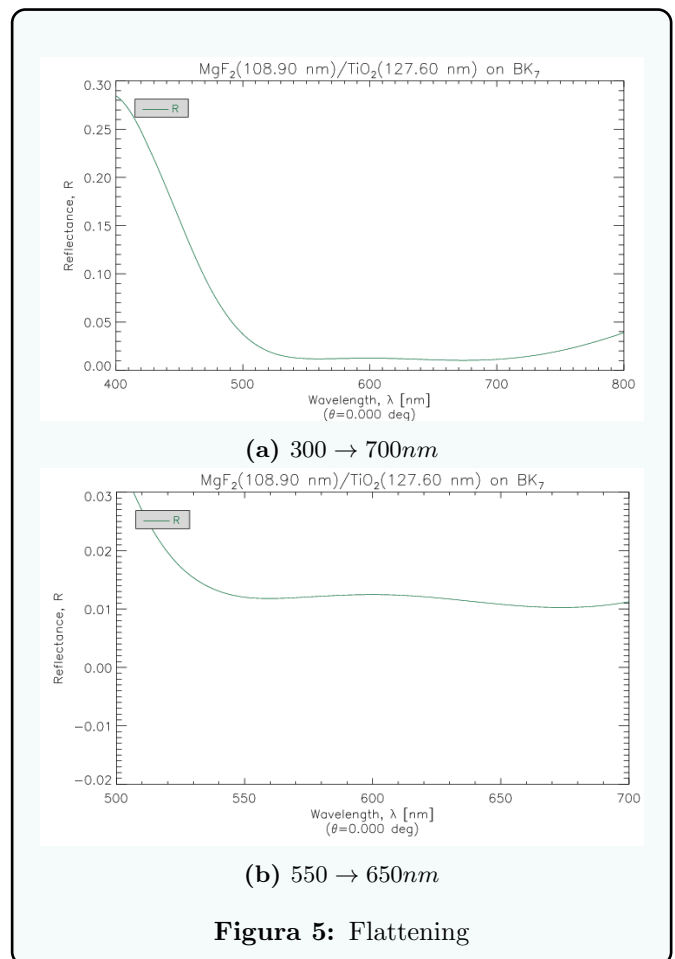
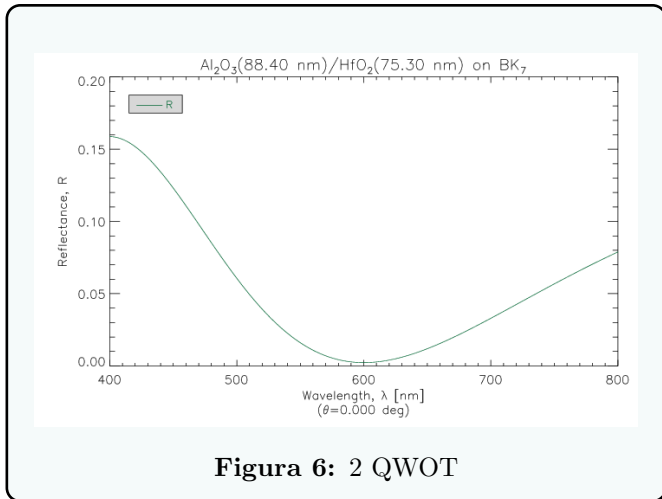


Figura 5: Flattening

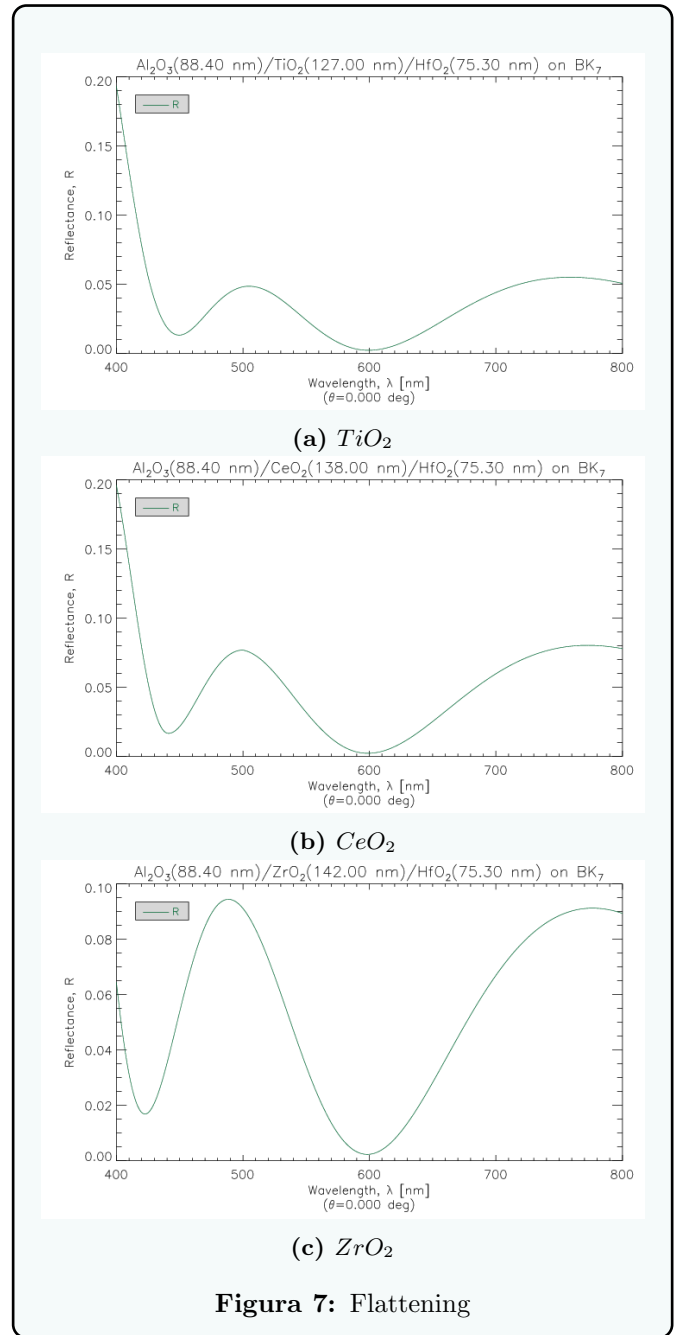
Come visualizzato dallo zoom sulla finestra di interesse siamo riusciti ad abbassare la riflettanza in modo uniforme, possiamo dire raggiunto il nostro obiettivo.

### 3.2 Bi-layer

Procediamo ad inserire i materiali scelti nel simulatore, otteniamo una prima caratteristica che mostra un comportamento molto migliore a  $600nm$ , dove raggiunge una riflettanza dello  $0.4\%$ , ma che peggiora rapidamente lontano da  $600nm$ . Possiamo dire di aver ottenuto un filtro passa banda più stretto rispetto a prima, ma anche con attenuazione minore in banda passante. Questa performance può essere desiderabile per alcune applicazioni, al limite si può portare il progetto verso un filtro passa banda particolarmente stretto, che trova applicazioni in condizioni in cui è necessario controllare in modo molto fine il contenuto in frequenza del fascio.



Nel nostro caso invece siamo interessati a mantenere le buone caratteristiche in banda passante, ma anche ad allargarle il più possibile all'intervallo  $[550, 650]nm$ . Inseriamo qui lo strato a  $\lambda/2$  frapposto tra gli strati a QWOT. Confrontiamo il comportamento dei materiali designati a tale strato, ovvero  $TiO_2$ ,  $CeO_2$  e  $ZrO_2$ , ricordando che la principale variabile di scelta di un layer per appiattire la risposta è il suo alto indice di rifrazione.



In accordo con le osservazioni preliminari notiamo che il materiale più performante è  $TiO_2$  seguito in ordine di indice di rifrazione decrescente dagli altri materiali.

## 4 Conclusioni

Sebbene con strumenti teorici non particolarmente sofisticati, questo report mostra come sia possibile costruire alcune semplici strutture antiriflesso seguendo delle configurazioni standardizzate come strati a quarto d'onda ed a mezz'onda. È da

notare come per questa applicazione sia utile avere una conoscenza dei materiali che si estende al di là delle sole caratteristiche ottiche: una realizzazione reale di coatings prevede di usare tecniche di deposizione la cui imperfezione può influenzare le qualità dei sottilissimi strati che abbiamo designato nel progetto.

## Un'interessante analogia teorica

La teoria dei campi elettromagnetici fornisce un'interessante dualità formale: quella tra onda piana e onda TEM in linea di trasmissione. I concetti di riflessione, impedenza d'onda, sono presenti in entrambi i domini teorici, e le leggi che permettono di spiegare molti fenomeni sono analoghe. La teoria dei coating ottici si presta bene all'interpretazione duale dei campi elettromagnetici: in particolare siamo in presenza di un cambiamento del mezzo in cui si propaga il fascio, con conseguente cambiamento a gradino dell'indice di rifrazione e dell'impedenza d'onda. Richiamiamo la definizione di impedenza d'onda, per onde piane, in mezzi lineari e isotropi senza assorbimenti

$$\eta := \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{B}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{\eta_0}{n}$$

l'impedenza d'onda in un mezzo con  $\mu = \mu_0$  è legata all'indice di rifrazione da una proporzionalità inversa

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

L'espressione ha la medesima struttura dell'impedenza caratteristica in una linea di trasmissione.

$$Z_C = \frac{V_i}{I_i} = \sqrt{\frac{l}{c}}$$

dove  $l$  e  $c$  sono rispettivamente induttanza e capacità per unità di lunghezza. Sappiamo dalla teoria delle linee di trasmissione che è possibile calcolare il coefficiente di riflessione in una determinata interfaccia tra mezzo 1 ( $Z = Z_C$ ) e mezzo 2 ( $Z = Z_L$ ) in questo modo

$$\Gamma_L := \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}$$

possiamo scrivere in modo del tutto analogo i coefficienti di riflessione e trasmissione anche in termini

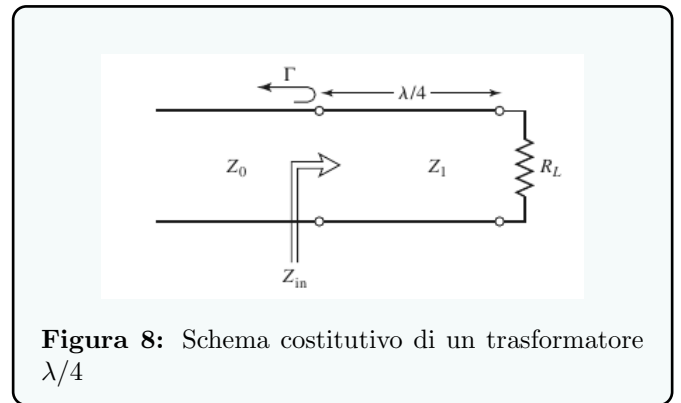
di impedenze d'onda

$$r = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} \quad (4)$$

$$t = \frac{2\sqrt{\eta_2\eta_1}}{\eta_1 + \eta_2} \quad (5)$$

### Adattatore a quarto d'onda

A questo punto possiamo interpretare i layer QWOT che abbiamo progettato, come dei dispositivi che hanno come duali, nelle linee di trasmissione, i cosiddetti *trasformatori a quarto d'onda*, che hanno il ruolo di adattare l'impedenza di un determinato carico (resistivo) all'impedenza, fissata, della linea.



**Figura 8:** Schema costitutivo di un trasformatore  $\lambda/4$

Per avere che questo dispositivo funzioni bene serve avere un'impedenza  $Z_1 = \sqrt{Z_C R_L}$ , risultato perfettamente analogo a quello che abbiamo usato per progettare il singolo layer. Concentrandosi poi sulla risposta alle diverse frequenze, ci si accorge di una differenza importante a livello pratico: mentre con le linee di trasmissione, per esempio coassiali, fino a qualche  $GHz$ , è possibile in linea di principio costruire linee di impedenza caratteristica arbitraria, che possono essere usate per realizzare complessi design multisezione a quarto d'onda per raggiungere risposte in frequenza desiderate anche su bande ampie [3]; nel caso ottico le impedenze d'onda dei materiali rispecchiano i loro indici di rifrazione, che non possono essere calibrati altrettanto efficacemente rispetto al caso delle linee. A causa di questo svantaggio tecnologico, la ricca teoria degli adattatori a quarto d'onda in linea di trasmissione non può essere usata nella sua originale completezza nel design di coatings.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Handbook of Optics [http://www.photonics.intec.ugent.be/education/IVPV/res\\_handbook/](http://www.photonics.intec.ugent.be/education/IVPV/res_handbook/)
- [2] C.G. Someda *Electromagnetic Waves*. Chapman & Hall, 1998.
- [3] D.M. Pozar *Microwave engineering* Wiley 2012.